CASIO

EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS

RESUELTOS CON LA CALCULADORA FX-CG50

Contenido

FUNCIONES

Ejemplo 1

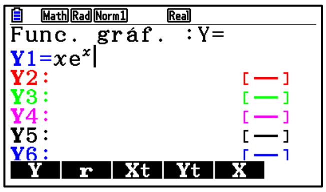
Dada la función $f(x) = x \cdot e^{x-1}$

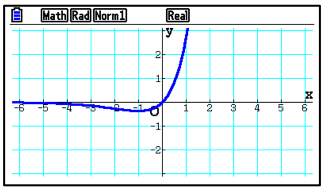
a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.

b) Determina en que intervalos la función f es creciente y en cuales es decreciente.

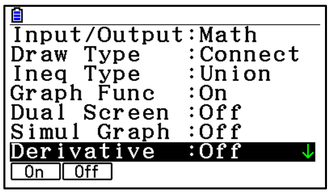
Solución

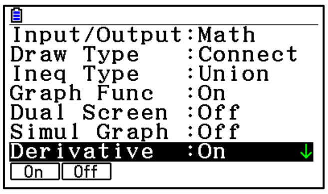
a) Entramos en el menú ***Gráfico***, escribimos la función y pulsamos EXE dos veces para dibujarla:



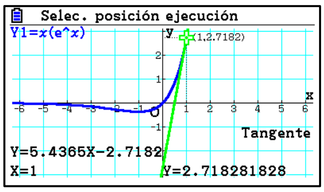


Para dibujar la recta tangente, vamos primero a **SET UP** (SHIFT MENU). Nos desplazamos hasta **Derivative** y seleccionamos **On** (F1):





Pulsamos EXIT , EXE , **Sketch** (F4), **Tangent** (F2), pulsamos 1, pulsamos EXE dos veces:

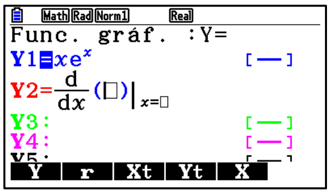


La ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x = 1$ es $y = 5.4365x - 2.7182 \rightarrow$

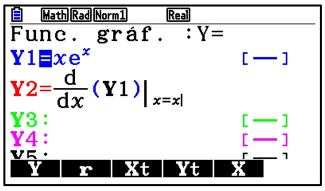
$$\boldsymbol{y = 2ex - e}$$

b) Para ver los intervalos de crecimiento y decrecimiento dibujamos $f'(x)$ y vemos en qué puntos vale 0.

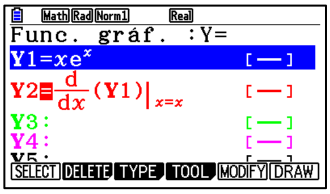
Si estamos en la pantalla del apartado anterior, para dibujar $f'(x)$, pulsamos EXIT, OPTN, **CALC** (F2), $\boldsymbol{d/dx}$ (F1)

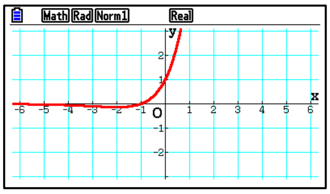


Escribimos la función evaluándola en x y pulsamos EXE:

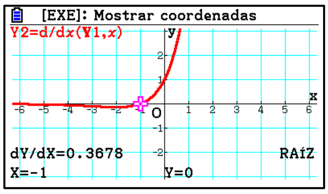


Si queremos que solo aparezca dibujada la función **Y2** nos desplazamos a la función **Y1** y pulsamos **SELECT** (F1). Pulsamos EXE para dibujar **Y2**:



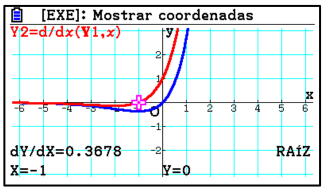


Para ver en qué valor $f'(x) = 0$ pulsamos **G-Solve** (F5), **ROOT** (F1):



Vemos que, $f'(x) < 0$ en $(-\infty, -1) \to f(x)$ es decreciente en $(-\infty, -1)$
$f'(x) > 0$ en $(-1, \infty) \to f(x)$ es creciente en $(-1, \infty)$

Para ver las dos funciones a la vez y comprobarlo pulsamos EXIT, nos colocamos encima de la función **Y1** , la seleccionamos con F1 y pulsamos EXE:



Ejemplo 2

El vértice de una parábola es el punto $(1, 2)$.

a) Si la parábola corta al eje de abscisas en el punto $\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$, ¿Cuál es el otro punto de corte de la parábola con el eje de abscisas?

b) Encuentra la ecuación de la parábola.

Solución

La ecuación de la parábola es $f(x) = ax^2 + bx + c$.

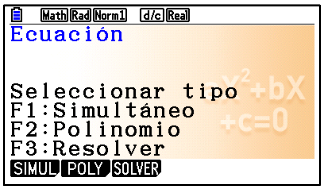
Por tener el vértice en $(1,2)$, se cumple que: $f(1) = 2 \rightarrow \quad 2 = a + b + c$

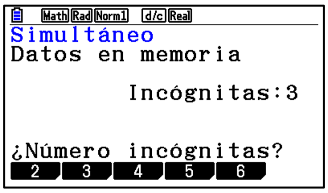
$$f'(1) = 0 \rightarrow \quad 0 = 2a + b$$

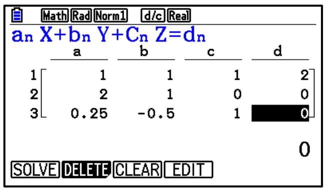
Por cortar al eje de abscisas en $\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$: $\quad f\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 \rightarrow \quad 0 = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + c$

Para resolver el sistema utilizamos el menú ***Ecuación***.

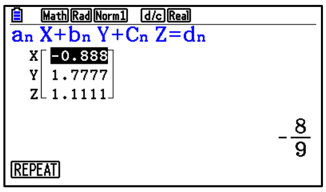
Pulsamos **Simultáneo** (F1), elegimos el número de incógnitas (F2) e introducimos los datos:







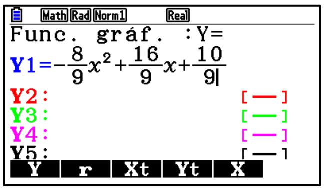
Para obtener la solución pulsamos EXE :

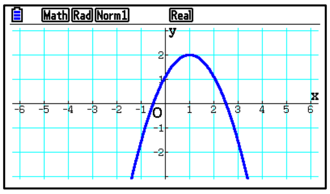


La ecuación de la parábola es: $f(x) = -\frac{8}{9}x^2 + \frac{16}{9}x + \frac{10}{9}$

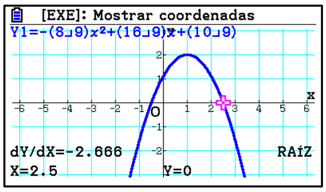
Para ver el otro punto de corte con el eje de abscisas utilizamos el menú ***Gráfico.***

Escribimos la función y para dibujarla pulsamos dos veces EXE :





Pulsamos **G-Solve** (F5), **ROOT** (F1) y nos desplazamos con el cursor a la derecha:



El otro punto de corte es $(\mathbf{2.5},\mathbf{0})=\left(\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{2}},\mathbf{0}\right)$

Ejemplo 3

Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = 3 - x^2$

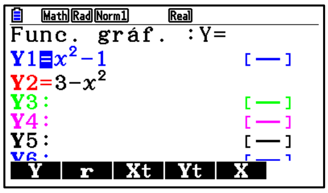
a) Haz un esbozo de las gráficas de las parábolas $f(x)$ y $g(x)$ en un mismo sistema de ejes cartesianos y encuentra los puntos de corte con el eje de abscisas, los vértices y los puntos de corte entre las gráficas.

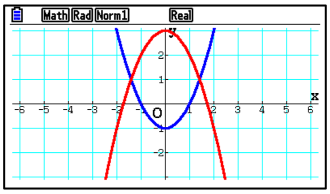
b) Calcula el área de la región del semiplano $y \geq 0$ comprendida entre las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$

Solución

Para resolver el primer apartado utilizaremos el menú ***Gráfico.***

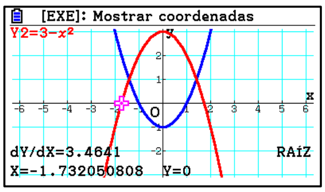
a) Escribimos las funciones y pulsamos dos veces EXE para dibujarlas:

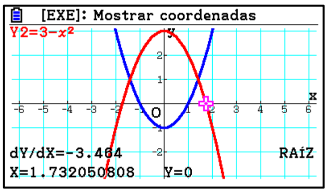




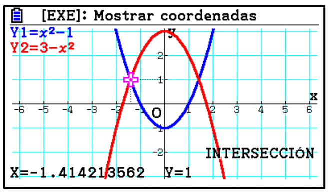
Para ver los puntos de corte, pulsamos **G-Solve** (F5) y **ROOT** (F1). Como hay dos funciones, la seleccionada parpadeará en color amarillo, si queremos esa función, pulsamos EXE, si queremos la otra, nos desplazamos con el cursor (arriba/ abajo) y pulsamos EXE.

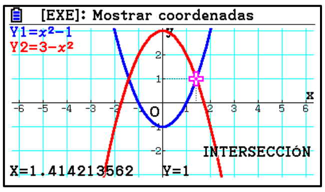
De esta forma obtenemos:





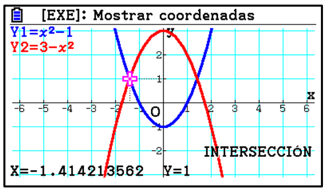
Para obtener los puntos de intersección, pulsamos **G-Solv** (F5) e **INTSECT** (F5):



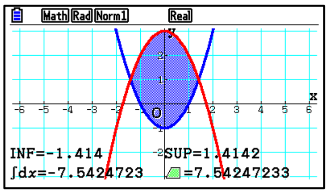


Los vértices se puede ver que son $(0,3)$ y $(0,-1)$

b) Para calcular el área, pulsamos **G-Solv** (F5), F6 , $\int dx$ (F3) , **INTSECT** (F5)

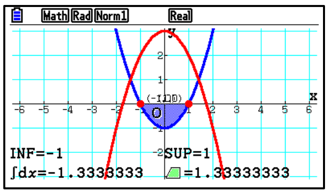


Pulsamos EXE para seleccionar ese punto de intersección, nos desplazamos a la derecha con el cursor y seleccionamos el otro punto donde se intersecan con EXE :



$$A_1 = \text{Área encerrada entre la curvas} = 7.54\ u^2$$

Como necesitamos saber el área encerrada por las curvas cuando $y \geq 0$, calculamos el área encerrada por $f(x) = x^2 - 1$ por debajo del eje de las x y la restamos al área obtenida anteriormente:

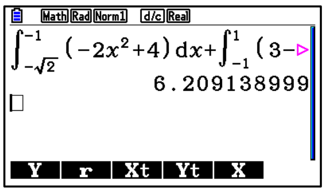


$$A_2 = \text{Área encerrada entre las raíces de } x^2 - 1 = 1.33\ u^2$$

$$A = A_1 - A_2 = 7.54 - 1.33 = 6.21\ u^2$$

El área es $6.21\ u^2$

Este apartado también se puede resolver desde el menú ***Ejec-Mat:***



Ejemplo 4

Consideramos la función $f(x) = \frac{2x+2}{x^2-x+2}$

a) **Escribe la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de corte con el eje de ordenadas.**
b) **Determina los puntos de la curva en los que la recta tangente es horizontal.**

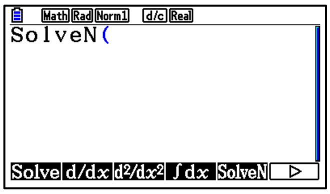
Solución

a) Seguir los pasos del apartado a) del ejemplo 1.

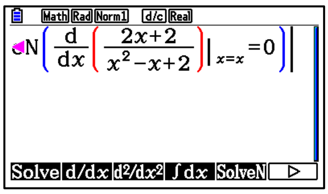
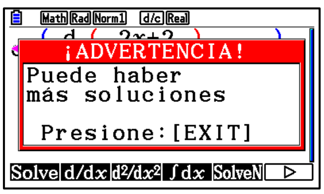
b) Para determinar los puntos de la curva donde la tangente es horizontal, hay que resolver la ecuación $f'(x) = 0$

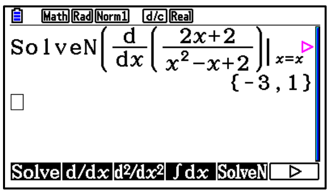
Entramos en el menú ***Ejec-Mat*** *(también se puede hacer desde el menú **Gráfico**)*

Utilizaremos la función **SolveN** para resolver la ecuación. Pulsamos OPTN, **CALC** (F4), **SolveN** (F5):



Pulsamos: $\mathbf{d/dx}$ (F2), escribimos la función y la igualamos a cero (el *"igual"* se escribe pulsando SHIFT •), EXE, EXIT:



Los puntos son $(-3, f(-3)) = \left(\mathbf{-3}, \frac{\mathbf{-2}}{\mathbf{7}}\right)$ y $(1, f(1)) = (\mathbf{1}, \mathbf{2})$

Ejemplo 5

Dada la función $Y1 = x^3 - 7x + 6$ calcular:

a) **La recta tangente a la curva en $x = -1$**
b) **El punto en el que la recta anterior corta a la función.**
c) **Dibujar la función y la recta tangente.**

Solución

Abrimos el menú ***Gráfico***.

Se define $Y1 = x^3 - 7x + 6$

La ecuación de la recta tangente a una función $f(x)$ en $x = a$ es:

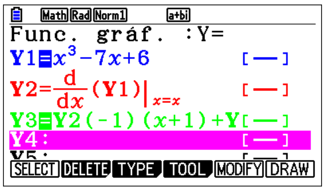
$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

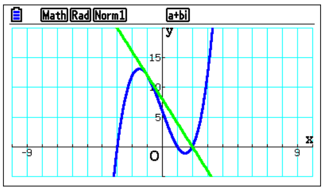
Se define la función derivada de $Y1$:

$$Y2 = \frac{d}{dx}(Y1)\Big|_{x=x}$$

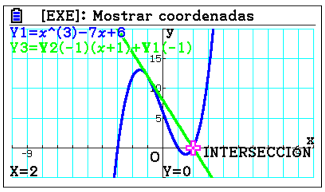
Se define la función recta tangente:

$$Y3 = Y2(-1)(x + 1) + Y1(-1)$$





Con la función **G-Solv** (F5) se calculan los puntos de intersección de las dos funciones:



El punto de corte es (2,0)

Ejemplo 6

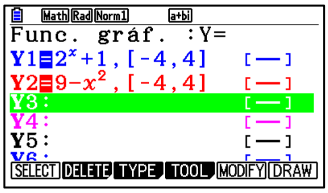
Consideramos las funciones $f(x) = 2^x + 1$ y $h(x) = 9 - x^2$ en el dominio $x \in [-4, 4]$
Representar las dos funciones.
Resolver la ecuación $2^x + 1 = 9 - x^2$ con 4 decimales.

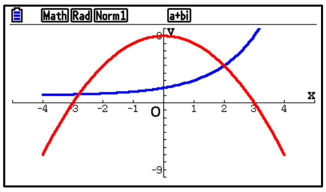
Solución 1

La primera función $f(x) = 2^x + 1$, es una función exponencial trasladada una unidad en el eje vertical de la función $y = 2^x$.

La segunda, $h(x) = 9 - x^2$ es una parábola convexa.

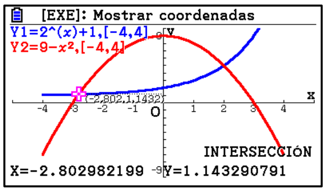
Abrimos el menú ***Gráfico***.

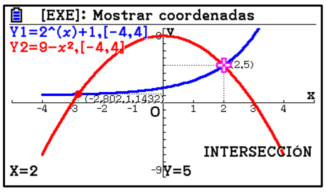




La solución de la ecuación es la intersección de las dos funciones.

Utilizamos la función **G-Solv** (F5) para determinar el punto de intersección.

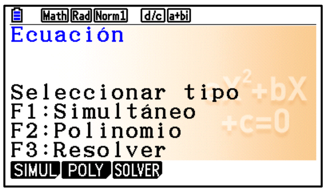


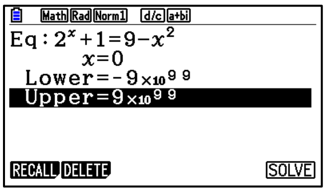


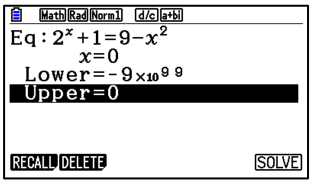
Las soluciones son $x \approx -2{,}8030$, $x = 2$

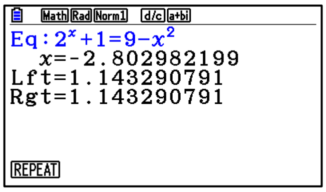
Solución 2

Abrimos en el menú ***Ecuación*** y escogemos **Resolver**,









Las soluciones son $x \approx -2{,}8030$, $x = 2$

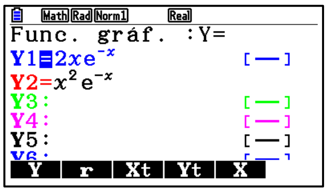
Ejemplo 7

Dadas las funciones y $f(x) = 2xe^{-x}$ y $g(x) = x^2e^{-x}$, calcula razonadamente el área del recinto cerrado limitado por las gráficas de esas funciones.

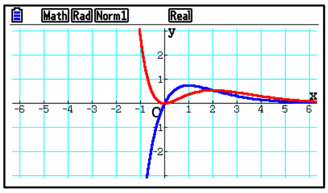
(Castilla la Mancha/ Matemáticas II / 2018 / 2B)

Solución

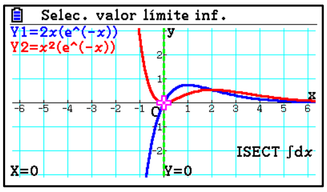
Entramos en el menú ***Gráfico*** e introducimos las funciones:



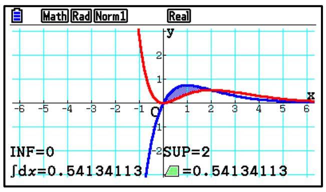
Pulsamos dos veces EXE para dibujarlas:



Pulsamos **G-Solv** (F5), para ver el resto del menú F6, $\int dx$ (F3), **INTSECT** (F3):



Vamos a seleccionar el recinto limitado por los puntos de intersección entre las gráficas. Pulsamos EXE para seleccionar el primer punto de intersección, nos desplazamos a la derecha y pulsamos EXE para seleccionar el segundo punto donde se cortan:



El área encerrada por las gráficas es $0{,}54\ u^2$

Ejemplo 8

Dada la función $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax - 6,\ a \in R$, se pide:

a) Determinar el valor del parámetro $a \in R$ para que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en su punto de inflexión sea -3.

b) Para el valor del parámetro encontrado, calcular los extremos relativos e intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

Solución

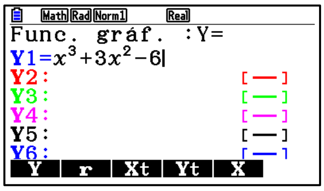
Calculamos el punto de inflexión de $f(x)$:

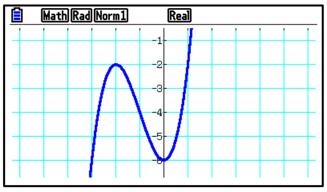
$$f''(x) = 0 \rightarrow 6x + 6 = 0 \rightarrow x = -1$$

Como la pendiente de la recta tangente a la curva en $x = -1$ es -3 , se cumple que:

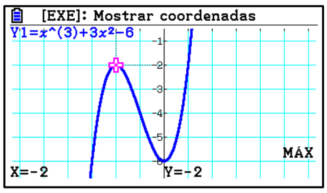
$$f'(-1) = -3 \quad \rightarrow \quad 3 - 6 + a = -3 \quad \rightarrow \quad a = 0$$

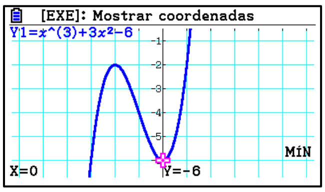
En el menú gráfico dibujamos la función $f(x) = x^3 + 3x^2 - 6$





Calculamos los extremos relativos pulsando G-Solv (F5), MAX (F2) y MIN (F3) respectivamente:





Hay un máximo en (-2,-2) y un mínimo en (0,-6)

$f(x)$ es creciente en $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$ y decreciente en $(-2,0)$

Ejemplo 9

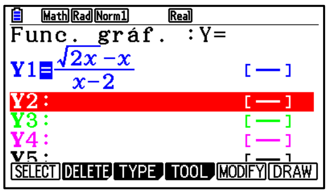
Calcula el dominio y las asíntotas de las siguientes funciones:

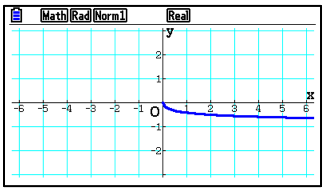
$$f(x) = \frac{\sqrt{2x}-x}{x-2} \qquad \text{y} \qquad g(x) = \frac{x^3}{x^2-4x+4}$$

(Castilla la Mancha/2016)

Solución

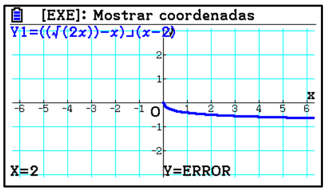
a) Entramos en el menú ***Gráfico***, introducimos $f(x)$ y pulsamos EXE :





Observando la gráfica de la función y teniendo en cuenta que el denominador se anula para $x = 2$, definimos el dominio:

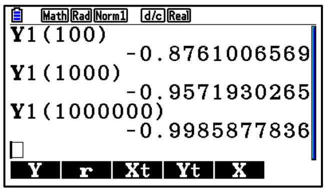
$$D = [0,2) \cup (2, \infty)$$



Pulsamos TRACE (F1) , introducimos 2 y pulsamos EXE . Vemos que sale y=ERROR, la función no está definida en $x = 2$

Asíntotas horizontales

Entramos en el menú ***Ejec-Mat*** para ver el valor de la función cuando $x \to \infty$:

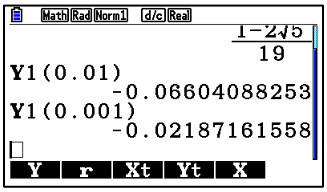


Por lo tanto $\lim_{x\to\infty} f(x) = -1^{+}$

Hay una asíntota horizontal en $y = -1$

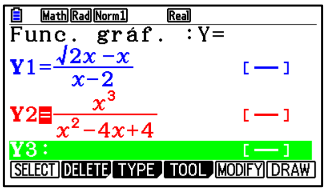
*Para escribir la **Y**: VARS , **GRAPH** (F4), Y (F1)

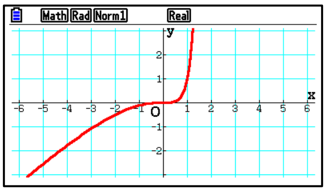
De la misma forma vemos que valores toma y cuando $x \to 0^+$:



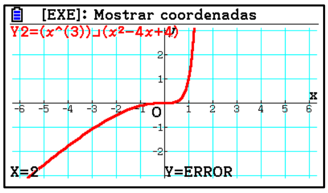
Luego $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$

b) Entramos en el menú ***Gráfico***, introducimos $g(x)$ y pulsamos EXE dos veces:





Observando la gráfica de la función y teniendo en cuenta que el denominador se anula para $x = 2$, definimos el dominio:



Pulsamos **TRACE** (F1) , introducimos 2 y pulsamos EXE. Vemos que sale y=ERROR .

$$D = R - \{2\}$$

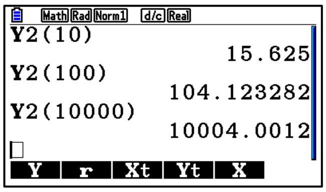
Asíntotas verticales

$\lim_{x \to 2} \frac{x^3}{x^2 - 4x + 4} = \infty$ hay una asíntota vertical en $x = 2$

Asíntotas horizontales

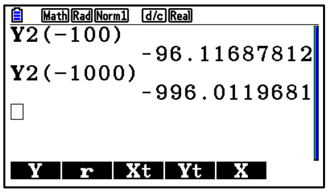
Por la gráfica vemos que no hay asíntotas horizontales, lo comprobamos con los límites:

Entramos en el menú ***Ejec-Mat*** para ver el valor de la función cuando $x \to \infty$:



Luego $\lim_{x \to \infty} g(x) = \infty$

De la misma forma vemos que valores toma y cuando $x \to -\infty$:



Luego $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$

No hay asíntotas horizontales.

<u>Asíntotas oblicuas</u>

$y = mx + n$

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{x^3 - 4x^2 + 4} = 1$$

$$n = \lim_{x \to \infty} g(x) - mx = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{x^2 - 4x + 4} - x = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3 - x^3 - 4x^2 + 4x}{x^2 - 4x + 4} = -4$$

Hay una asíntota oblicua en $y = x - 4$

Ejemplo 10

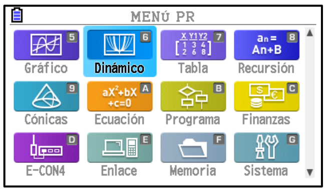
Se considera la función $f(x) = \begin{cases} |x+2| + t & si \quad x \leq 0 \\ (x-t)^2 & si \quad x > 0 \end{cases}$

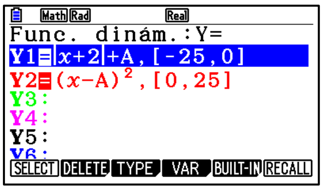
a) **¿Para qué valor de** t **la función** $f(x)$ **es continua en** $x = 0$ **?**

b) **Calcula los extremos relativos de la función** $f(x)$ **en el intervalo** $(0, +\infty)$ **con** $t = 3$

Solución

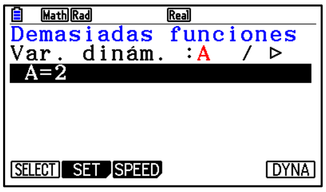
En el menú ***Dinámico*** introducimos la función $f(x)$:





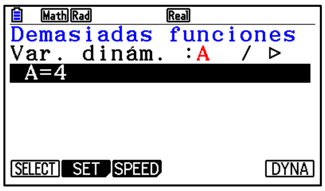
*Para introducir el valor absoluto pulsamos OPTN, **Numeric** (F5), **Abs** (F1)

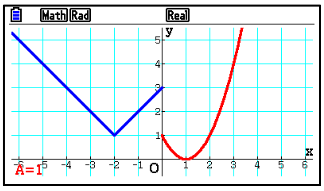
Pulsamos EXE



En **SET** (F2) podemos modificar los valores que toma **A:**

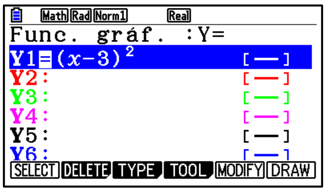
Pulsamos EXIT para volver a la pantalla anterior y pulsamos **DYNA** (F6):

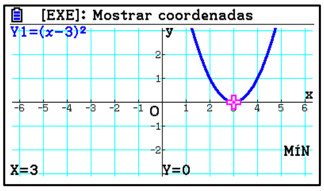




Vemos que cuando **t=2 y t=-1** la función es continua

c) Si $t = 3$, $f(x) = \begin{cases} |x+2|+3 & si \quad x \leq 0 \\ (x-3)^2 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$ en el menú ***Gráfico*** introducimos la función $f(x)$ cuando $x \geq 0$:





Hay un mínimo en $x = 3$

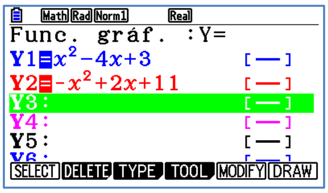
Ejemplo 11

a) **Cálcula el área de la región acotada por las gráficas de las parábolas:**
$f(x) = x^2 - 4x + 3$ **y** $g(x) = -x^2 + 2x + 11$

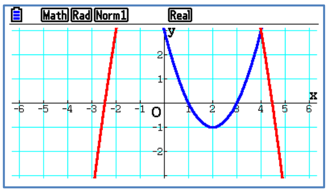
b) **Calcula $c \in R$ para que las rectas tangentes a las gráficas $f(x)$ y $g(x)$ en el punto de abscisa $x = c$ tengan la misma pendiente.**

Solución

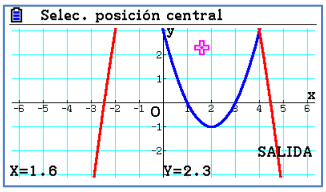
a) Entramos en el menú ***Gráfico*** e introducimos las funciones:

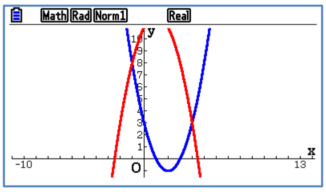


Pulsamos dos veces EXE para dibujarlas:

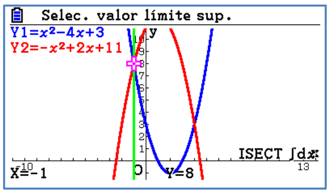


Pulsamos ZOOM () ,OUT (f4) ,colocamos el cursor en el centro del que queremos que sea el zoom y pulsamos EXE

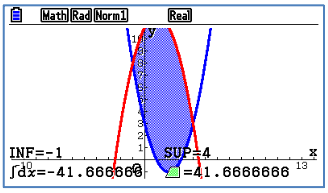




Pulsamos **G-Solv** (F5), para ver el resto del menú F6, $\int dx$ (F3), **INTSECT** (F3):



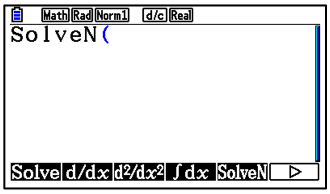
Vamos a seleccionar el recinto limitado por los puntos de intersección entre las gráficas. Pulsamos EXE para seleccionar el primer punto de intersección, nos desplazamos a la derecha y pulsamos EXE para seleccionar el segundo punto donde se cortan:



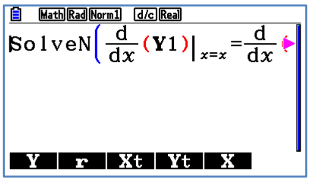
El área encerrada por las gráficas es $41{,}66\ u^2$

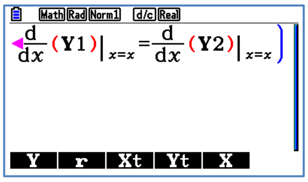
b) Entramos en el menú ***Ejec-Mat*** para resolver la ecuación: $f'(x) = g'(x)$:

Utilizaremos la función **SolveN** para resolver la ecuación. Pulsamos OPTN, **CALC** (F4), **SolveN** (F5):



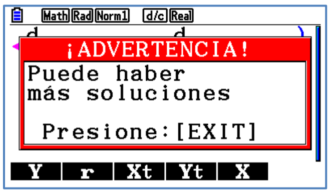
Pulsamos: $\mathbf{d/dx}$ (F2), para escribir las derivadas de las funciones (el *"igual"* se escribe pulsando SHIFT [•]) :

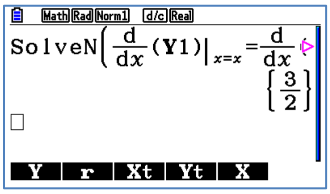




(Para escribir la función Y pulsamos: VARS, **GRAPH** (F4), **Y** (F1))

Pulsamos EXE y EXIT





En $x = \frac{3}{2}$ las rectas tangentes a las dos funciones tienen las misma pendiente.

Ejemplo 12

En R^3, dada la recta $r\!:\begin{cases} x - z = 2 \\ 2y + z = 4 \end{cases}$ y el punto $P = (0, 1, -1)$.

a) Calcula la ecuación general del plano π , perpendicular a la recta r y que pasa por P

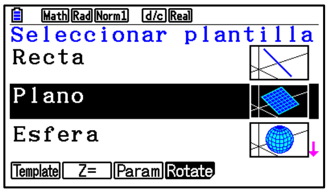
b) Calcula el punto simétrico del punto P respecto al plano $x + y + z = -3$

Solución

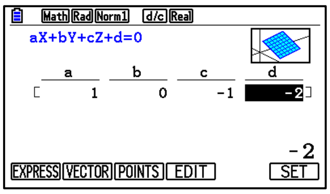
Trabajaremos en el menú ***Grafico 3D.***

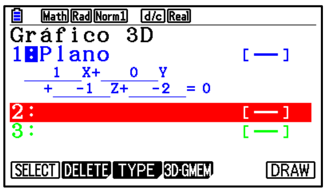
a) La ecuación general del plano tiene por vector normal el vector de la recta r.
Calculamos la recta r ya que es la intersección de dos planos:

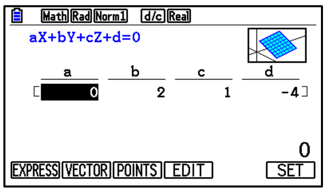
Pulsamos **TYPE** (F3) y escogemos la opción **Plano** pulsando EXE:



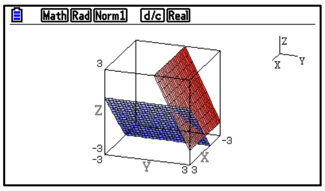
Escribimos los coeficientes de la ecuación general del plano y pulsamos EXE, nos desplazamos al número 2 y procedemos de la misma forma descrita anteriormente para introducir el segundo.



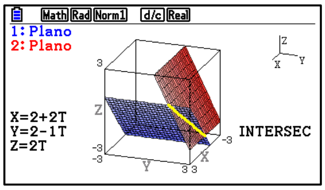




Pulsamos **DRAW** (F6):



Para obtener la recta r en forma paramétrica, pulsamos **G-Solve** (SHIFT F5) y **INTSECT** (F2):



Obteniendo, $r: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases}$

El plano tiene vector normal, $\vec{n}(2, -1, 2)$ y su ecuación en forma general es:

$$2x - y + 2z = D$$

Sustituyendo el punto $P(0,1,-1)$,

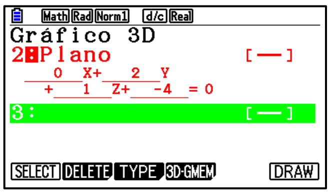
$$2 \cdot 0 - 1 + 2 \cdot (-1) = D$$

$$-3 = D$$

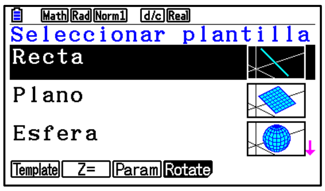
$$\pi: 2x - y + 2z = -3$$

b) **Calculamos el punto de intersección M de la recta s (que pasa por P y tiene vector $\vec{v_s}(1,1,1)$) y del plano $x + y + z = -3$:**

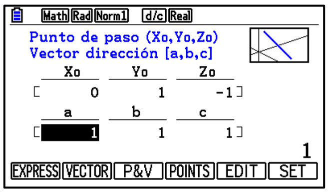
Si estamos en la última pantalla del apartado a), nos desplazamos hacia abajo, al número 3 para introducir la recta s:

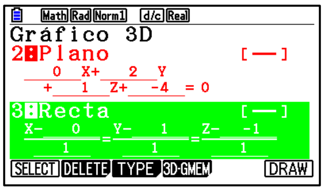


Pulsamos **TYPE** (F3) y escogemos la opción **Recta** pulsando EXE

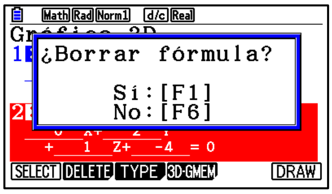


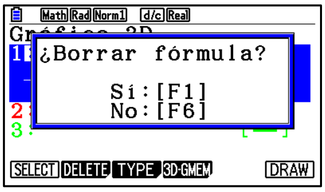
Seleccionamos la opción **P&V** (se puede hacer con la opción que se prefiera), introducimos los datos y pulsamos EXE :



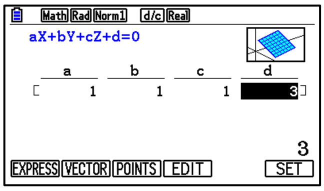


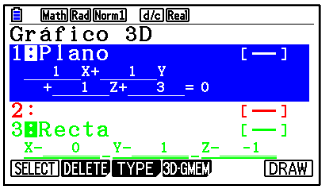
Borramos los dos planos introducidos en el apartado a), situándonos encima y pulsando DELETE (F2):



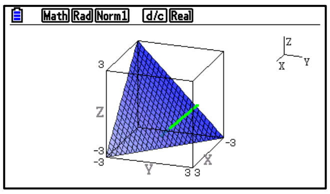


Escribimos el plano $x + y + z = -3$ igual que hemos hecho en el apartado a) y pulsamos EXE :

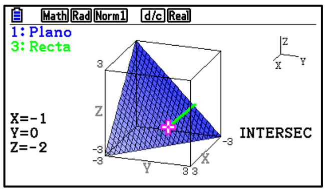




Pulsamos **DRAW** (F6):



Para obtener el punto de intersección M, pulsamos **G-Solve** (F5) y **INTSECT** (F2):



El punto es $M\ (-1,0,-2)$

Para calcular el punto simétrico de $P(0,1,-1)$, $P'(x',y',z')$, utilizamos la propiedad $\frac{P+P'}{2} = M$:

$$\frac{0+x'}{2} = -1 \rightarrow x' = -2$$

$$\frac{1+y'}{2} = 0 \rightarrow y' = -1$$

$$\frac{-1+z'}{2} = -2 \rightarrow x' = -3$$

Ejemplo 13

Una empresa de materiales para coches fabrica dos modelos de una pieza determinada, que denominaremos A y B. Cada modelo se fabrica en una hora, mediante un proceso que consta de dos fases. En la primera fase del proceso hay 5 trabajadores y en la segunda hay 12. Para fabricar cada modelo, en la primera fase se necesita un trabajador para cada pieza. En cambio, en la segunda fase se necesitan 2 trabajadores para el modelo A y 3 para el modelo B. El beneficio que se obtiene es de 40 € para el A y de 50 € para el B.

a) Determina la función objetivo y las restricciones y dibuja la región factible.

b) ¿Cuántas piezas de cada modelo por hora se han de fabricar para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es este beneficio?

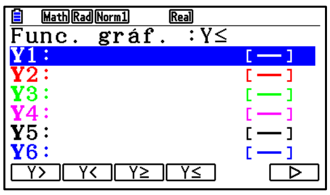
Solución

Sea $x =$ número de piezas del modelo A e $y =$ número de piezas del modelo B.

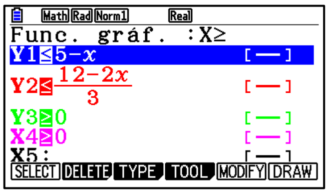
Tenemos las siguientes inecuaciones: $\begin{cases} x + y \leq 5 \\ 2x + 3y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

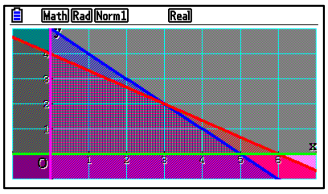
Podemos dibujar la región factible desde el menú ***Gráfico.***

Pulsamos **TYPE** (F3), (F6), $\boldsymbol{y \geq 0}$ (F4):

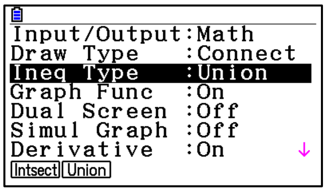


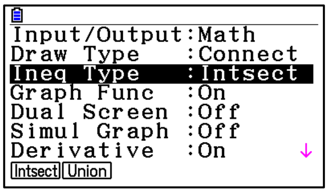
Escribimos las inecuaciones y pulsamos dos veces EXE :



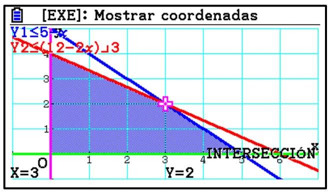


Para ver solo el área de intersección de las inecuaciones pulsamos **SET UP** (SHIFT MENU), nos desplazamos a la opción **Ineq Type** y seleccionamos **Intsect** (F1):





Pulsamos EXIT y volvemos a dibujar:



Vemos que la región factible tiene por vértices: $A(0,0), B(5,0), C(0,4), D(3,2)$

Sustituyéndolos en la función objetivo $B(x,y) = 40x + 50y$:

$B(0,0) = 0€$

$B(5,0) = 200€$

$B(0,4) = 200€$

$B(3,2) = 220€$

Cuando se fabrican 3 piezas del modelo A y 2 piezas del B se obtiene el beneficio máximo que es de 220 €

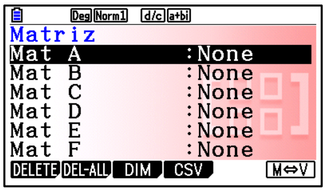
MATRICES

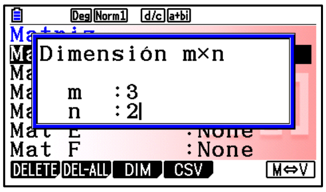
Ejemplo 14

Determina la matriz C que cumpla $2A + 3B - C = 0$ siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

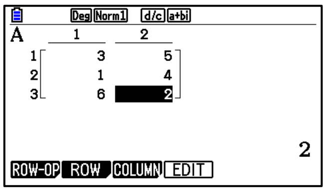
Solución

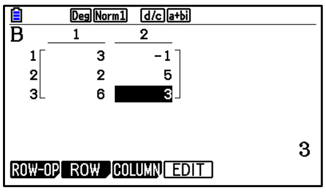
Abrimos el menú ***Ejec-Mat***.
Para definir las matrices A y B pulsamos **MAT/VCT** (F3). Escribimos su dimensión pulsando EXE después de introducir filas y columnas





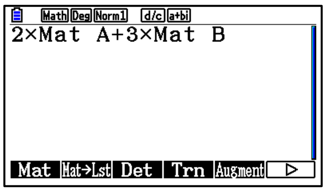
Introducimos los coeficientes pulsando EXE cada vez que introducimos un numero . Cuando hemos terminado, pulsamos EXIT

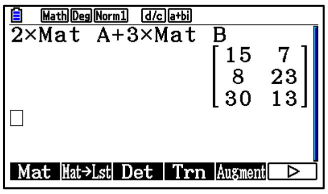




$C = 2A + 3B$

Calculamos C. Para hacer cálculos con las matrices, hay que escribir "*Mat*" (SHIFT 2)





Por lo tanto, $C = \begin{pmatrix} 15 & 7 \\ 8 & 23 \\ 30 & 13 \end{pmatrix}$

SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejemplo 15

Un inversor decide invertir un total de 42 000 € entre tres productos:

a) **Una cuenta de ahorros por la que recibe unos intereses anuales del 5%**
b) **Un depósito a plazo fijo por el que le pagan unos intereses anuales del 7%**
c) **Unos bonos con unos intereses anuales del 9%**

Al cabo de un año, los intereses le han proporcionado unos beneficios de 2 600 €. Si los intereses que ha recibido de la cuenta de ahorros son de 200 € menos que la suma de los intereses que ha recibido por las otras dos inversiones ¿Qué cantidad invirtió en cada producto?

Solución

Definimos las incógnitas:
Sea x los euros invertidos en la cuenta de ahorros.
Sea y los euros invertidos en el depósito a plazo fijo.
Sea z los euros invertidos en bonos.

Como se ha invertido un total de 42 000 €:

$$x + y + z = 42000$$

Como los beneficios son de 2 600 €:

$$\frac{5}{100}x + \frac{7}{100}y + \frac{9}{100}z = 2600$$

Simplificando:

$$5x + 7y + 9z = 260000$$

Los intereses que ha recibido de la cuenta de ahorros son 200 € menos que la suma de los intereses que ha recibido por las otras inversiones:

$$\frac{7}{100}y + \frac{9}{100}z = \frac{5}{100}x + 200$$

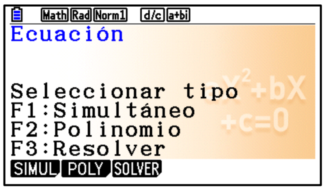
Simplificando:

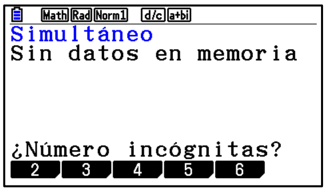
$$-5x + 7y + 9z = 20000.$$

Consideramos el sistema formado por las tres ecuaciones anteriores:

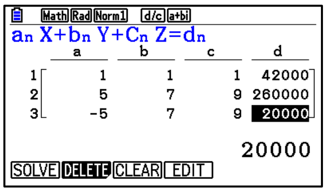
$$\begin{cases} x + y + z = 42000 \\ 5x + 7y + 9z = 260000 \\ -5x + 7y + 9z = 20000 \end{cases}$$

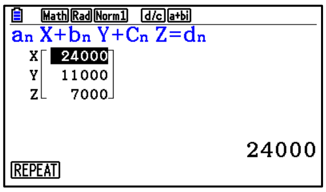
Abrimos el menú ***Ecuación***, escogemos la opción *Simultáneo y 3 incógnitas:*





Introducimos los coeficientes y los términos independientes:





La solución es $\begin{cases} x = 24000 \\ y = 11000. \\ z = 7000 \end{cases}$

Por lo tanto se ha invertido: 2 400€ en la cuenta de ahorros, 11 000€ en el depósito a plazo fijo y 7 000€ en bonos.

Ejemplo 16

Las notas que se han obtenido por 1000 opositores han seguido una distribución normal de media 4,05 y desviación típica 2,5.

a) ¿Cuántos opositores han superado el 5? Razona la respuesta.

b) Si tenemos que adjudicar 330 plazas, calcula razonadamente la nota de corte.

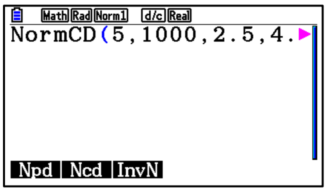
(Matemáticas II / 2018 / 5B)

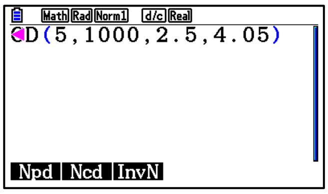
Solución

a) Entramos en el menú ***Ejec-Mat*** y pulsamos: OPTN, **STAT** (F5), **DIST** (F3), **NORM** (F1), **Ncd** (F2)

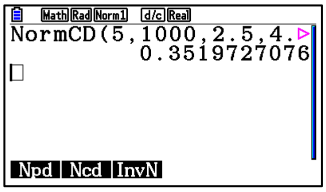
Introducimos los datos teniendo en cuenta que la sintaxis del comando es:

NormCD (lower, upper, σ , μ)

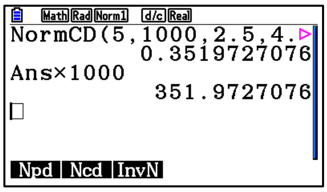




Pulsamos EXE para obtener el resultado:

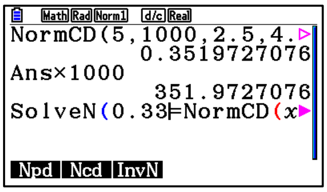


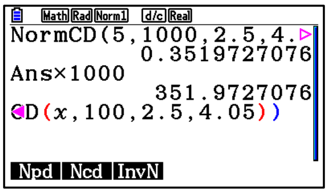
La probabilidad de que hayan superado el 5 es del 35,20%. Como hay 1000 opositores:



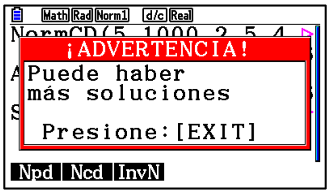
Hay 352 opositores que han superado el 5.

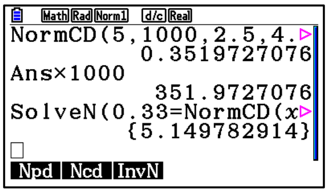
Utilizamos el comando para resolver ecuaciones **SolveN**, pulsamos OPTN, **CALC** (F4), **SolveN** (F5) e introducimos los datos:





Pulsamos EXE para obtener el resultado:





La nota de corte es 5,15